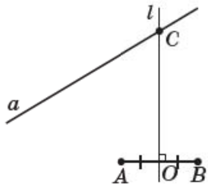
Розв'язання

Нехай дано пряму a та точки A і B (див. рисунок).



Оскільки шукана точка рівновіддалена від точок A і B, то шукана точка лежить на серединному перпендикулярі l до відрізка AB.

Оскільки шукана точка має належати прямій a, то шукана точка C — це точка перетину прямої a і серединного перпендикуляра l.

§ 18. Бісектриса кута

Бісектриса кута — промінь, який виходить із вершини кута, проходить між його сторонами і ділить кут навпіл.

На рис. 33 промінь BD — бісектриса кута ABC, бо $\angle ABD = \angle DBC$.

Властивості

1. Якщо деяка точка належить бісектрисі кута, то вона розташована на однаковій відстані від сторін кута (рівновіддалена від сторін кута).

На рис. 34: якщо AD — бісектриса кута BAC і $BD \perp AB$, $DC \perp AC$, то $BD = DC$.

2. Якщо точка лежить усередині кута і рівновіддалена від його сторін, то дана точка лежить на бісектрисі кута.

На рис. 34: якщо $BD \perp AB$, $DC \perp AC$, $BD = DC$, то точка D лежить на бісектрисі AD кута BAC: $\angle BAD = \angle DAC$.

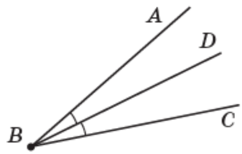


рис. 33

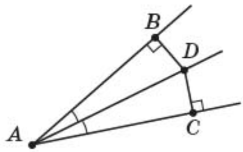
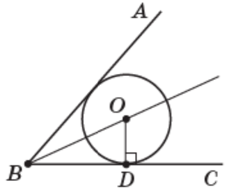


рис. 34

Задача 19. Побудуйте коло, яке дотикається сторін кута ABC, причому коло дотикається до сторони BC в заданій точці D.

Розв'язання

Оскільки D — точка дотику, то шуканий центр O кола міститься на перпендикулярі OD. Оскільки коло має дотикатися сторін кута, то його центр має лежати на бісектрисі BO кута ABC. Тому, щоб розв'язати задачу, треба провести бісектрису BO кута ABC і $DO \perp BC$, тоді O — центр шуканого кола, OD — радіус шуканого кола (див. рисунок).



Трикутники

§ 19. Трикутник і його елементи

Трикутником називається фігура, що складається з трьох точок, які не лежать на одній прямій, і трьох відрізків, які попарно сполучають ці точки. Точки називаються ***вершинами*** трикутника, а відрізки — його ***сторонами***. Трикутник позначають трьома великими буквами, які є його вершинами, замість слова «трикутник» вживають знак «$\triangle$».

На рис. 35 зображено $\triangle ABC$; точки A, B, C — його вершини; AB, BC, AC — його сторони.

За довжиною сторін розрізняють трикутники ***різносторонні*** (рис. 35, *а*), ***рівнобедрені*** (у яких дві сторони рівні) (рис. 35, *б*) та ***рівносторонні*** (у яких усі сторони рівні) (рис. 35, *в*).

За величиною кутів розрізняють трикутники ***гострокутні*** (рис. 35, *а*), ***прямокутні*** (рис. 35, *г*) та ***тупокутні*** (рис. 35, *д*).

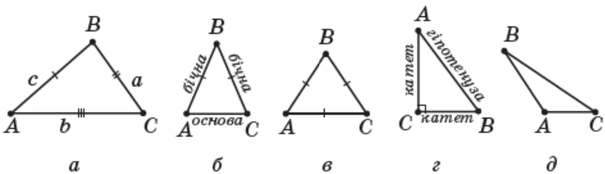


рис. 35

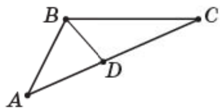
Периметром трикутника називається сума його сторін: $P=a+b+c$, де P — периметр; a, b, c — довжини сторін.

▶ Задача 20. Трикутник, периметр якого дорівнює 24 см, ділиться відрізком, що з'єднує вершину трикутника з точкою протилежної сторони, на два трикутники, периметри яких дорівнюють 12 см і 20 см. Знайдіть довжину цього відрізка.

Розв'язання

Нехай $\triangle ABC$ — заданий (див. рисунок), BD — шуканий відрізок. Оскільки $P_{\triangle ABD}+p_{\triangle BDC}=P_{\triangle ABC}+2BD$, то

$$BD=\frac{P_{\triangle ABD}+P_{\triangle BDC}-P_{\triangle ABC}}{2}=\frac{12+20-24}{2}=4 \text{ (см)}.$$



Відповідь. 4 см.

§ 20. Нерівність трикутника

Будь-яка сторона трикутника менша за суму двох інших сторін.

На рис. 35 $AB<BC+AC$, $BC<AB+AC$, $AC<BC+AB$.

Задача 21. Сторони рівнобедреного трикутника дорівнюють 20 см і 10 см. Знайдіть його периметр.

Розв'язання

Основа рівнобедреного трикутника не може дорівнювати 20 см, оскільки трикутник зі сторонами 20 см, 10 см і 10 см не існує. Отже, основою рівнобедреного трикутника може бути сторона, яка дорівнює 10 см. Тоді $P=10+20+20=50$ (см).

§ 21. Сума кутів трикутника

Сума кутів трикутника дорівнює $180°$.

На рис. 36 $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180°$, або $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

Задача 22. Доведіть, що якщо один із кутів рівнобедреного трикутника дорівнює $60°$, то цей трикутник рівносторонній.

Розв'язання

I випадок. Нехай кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює $60°$, тоді кут між бічними сторонами дорівнює $180° - 60° - 60° = 60°$, тобто всі кути трикутника рівні. Отже, трикутник рівносторонній.

II випадок. Нехай кут між бічними сторонами рівнобедреного трикутника дорівнює $60°$, тоді кожний кут при основі трикутника дорівнює $\frac{180° - 60°}{2} = 60°$, тобто всі кути рівні. Отже, трикутник рівносторонній.

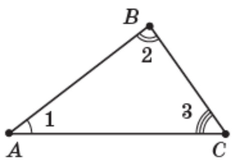


рис. 36

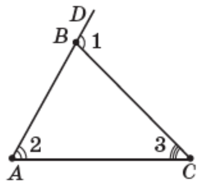


рис. 37

§ 22. Зовнішній кут трикутника

Кут, суміжний із кутом трикутника, називається ***зовнішнім кутом*** цього трикутника.

На рис. 37 $\angle DBC$ — зовнішній кут трикутника ABC.