АРИФМЕТИКА

НАТУРАЛЬНІ ЧИСЛА І ДІЇ НАД НИМИ

Числа, які використовуються для лічби предметів, називаються *натуральними числами*.

Натуральний ряд чисел є нескінченним. Він записується так: 1, 2, 3, ...

0 не є натуральним числом.

Зазвичай прийнято користуватись *позиційною десятковою системою числення*. Тобто кожне число може бути записане за допомогою десяти цифр (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), і значення кожної цифри залежить від місця, яке вона займає у записі.

Запис натурального числа розбивається на групи справа наліво по три цифри в кожній групі. Кожна з цих груп називається *класом*, а розміщені вони справа наліво в такому порядку: клас одиниць, клас тисяч, клас мільйонів, клас мільярдів, клас трильйонів і т. д. Кожний клас має три розряди: одиниці, десятки, сотні.

Щоб прочитати число, його запис розбивають справа наліво на класи й називають зліва по черзі число, що стоїть у кожному класі, додаючи назву класу. Не читають назву класу одиниць і тих класів, де всі цифри — нулі.

Приклад

$\underbrace{25}_{\text{клас мільярдів}}\ \underbrace{000}_{\text{клас мільйонів}}\ \underbrace{407}_{\text{клас тисяч}}\ \underbrace{023}_{\text{клас одиниць}}$ — двадцять п’ять мільярдів чотириста сім тисяч двадцять три.

Кожне натуральне число можна записати як суму розрядних доданків.

Приклад

$7\,205\,379 = 7\,000\,000 + 200\,000 + 5000 + 300 + 70 + 9.$

ДІЇ НАД НАТУРАЛЬНИМИ ЧИСЛАМИ

ДОДАВАННЯ

У записі $a+b=c$ числа a і b — доданки, число c, а також вираз $a+b$ — сума чисел a і b.

Властивості додавання

1. *Переставна.* Від перестановки доданків сума не змінюється: $a+b=b+a$.
2. *Сполучна.* Щоб до суми двох чисел додати третє число, можна до першого числа додати суму другого й третього чисел: $(a+b)+c=a+(b+c)$.

Переставна й сполучна властивості додавання дають змогу виконувати додавання кількох чисел у будь-якій послідовності:

$$36+12+14+28+50=(36+14)+(12+28)+50=$$
$$=50+50+40=140.$$

3. Якщо один із двох доданків 0, то їх сума дорівнює другому доданку:
$a+0=a$; $0+a=a$.

ВІДНІМАННЯ

Дія, за допомогою якої за відомою сумою двох доданків і одним із них знаходять другий доданок, називається дією віднімання: $a-b=c$.

У цьому записі число a — зменшуване, b — від'ємник, c — різниця.

Різниця двох натуральних чисел показує, на скільки перше число більше від другого або на скільки друге число менше від першого.

Властивості віднімання

1. Щоб відняти суму від числа, можна спочатку відняти від цього числа один доданок, а потім від отриманої різниці — другий:
$25-(15+3)=(25-15)-3=10-3=7$.
2. Щоб від суми відняти число, можна відняти його від одного з доданків, а до отриманої різниці додати другий доданок:

$(37+15)-17=(37-17)+15=20+15=35$;

$(23+19)-9=23+(19-9)=23+10=33$.

3. Якщо від числа відняти нуль, воно не зміниться: $a-0=a$.
4. Якщо від числа відняти те ж саме число, одержимо 0: $a-a=0$.

МНОЖЕННЯ

Помножити число a на число b означає знайти суму b доданків, кожний із яких дорівнює a:

$\underbrace{a+a+a+\ldots+a}_{b \text{ разів}}=c$ або $a\cdot b=c$,

де a і b — множники, c — добуток.

Властивості множення

1. *Переставна.* Від перестановки множників добуток не змінюється: $a\cdot b=b\cdot a$.
2. *Сполучна.* Щоб добуток двох чисел помножити на третє число, можна перше число помножити на добуток другого й третього чисел: $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)=a\cdot b\cdot c$.
   Сполучна й переставна властивості множення поширюються на довільну кількість множників і дозволяють виконувати множення у довільному порядку: $33\cdot 25\cdot 5\cdot 4\cdot 2=33\cdot(25\cdot 4)\cdot(5\cdot 2)=33\cdot 100\cdot 10=33\,000$.
3. *Розподільна.*
   Щоб помножити суму на число, можна кожний доданок помножити на це число і знайдені добутки додати:
   $$(a+b)\cdot c=ac+bc.$$
   Щоб помножити різницю на число, можна зменшуване і від'ємник помножити на це число й від першого добутку відняти другий:
   $$(a-b)\cdot c=ac-bc.$$
4. Якщо одиницю помножити на будь-яке число, дістанемо те саме число:
   $$a\cdot 1=1\cdot a=a.$$
5. Якщо хоча б один множник дорівнює 0, добуток дорівнює 0:
   $$0\cdot a=a\cdot 0=0.$$

Приклади

$59 \cdot 5 = (50+9) \cdot 5 = 50 \cdot 5 + 9 \cdot 5 = 250 + 45 = 295;$

$68 \cdot 7 + 32 \cdot 7 = (68+32) \cdot 7 = 100 \cdot 7 = 700;$

$59 \cdot 5 = (60-1) \cdot 5 = 60 \cdot 5 - 1 \cdot 5 = 300 - 5 = 295.$

ДІЛЕННЯ

Ділення — дія, за допомогою якої за відомим добутком і одним із множників знаходиться другий множник.

Якщо $a \cdot b = c$, то $c : b = a$ і $c : a = b$.

У записі $c : b = a$ число c — ділене, b — дільник, число a, а також вираз $c : b$ — частка.

Частка показує, у скільки разів ділене більше дільника.

Властивості ділення

1. На 0 ділити не можна.
2. Якщо розділити число на 1, дістанемо те саме число: $a : 1 = a$.
3. Якщо розділити число на себе, дістанемо 1: $a : a = 1$ $(a \neq 0)$.
4. Якщо розділити 0 на будь-яке число, крім 0, дістанемо 0: $0 : a = 0$ $(a \neq 0)$.

Ділення з остачею

Число a ділиться на число b націло, якщо $a = b \cdot n$, де n — будь-яке натуральне число.

Наприклад, 15 ділиться націло на 3, оскільки $15 = 3 \cdot 5$.

В іншому випадку можна поділити a на b з остачею.

Наприклад:

$$\begin{array}{r|l} -289 & 15 \\ \underline{15} & 19 \\ -139 & \\ \underline{135} & \\ 4 & \end{array} \qquad 289 = 15 \cdot 19 + 4.$$

У цьому записі число 289 — ділене, 15 — дільник, 19 — неповна частка, 4 — остача.

Для будь-яких чисел a та b завжди знайдуться такі числа c і r (натуральні або 0), що $a = b \cdot c + r$, де $r < b$. Коли $r = 0$, то $a = b \cdot c$, тобто число a ділиться як на число b, так і на число c.

КВАДРАТ І КУБ ЧИСЛА

Добуток двох однакових множників $a \cdot a$ записують a^2: $a \cdot a = a^2$.

Вираз a^2 читають: a у квадраті.

Приклади

$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$; $0^2 = 0 \cdot 0 = 0$; $1^2 = 1 \cdot 1 = 1$.

Добуток трьох однакових множників $a \cdot a \cdot a$ записують a^3: $a \cdot a \cdot a = a^3$.

Вираз a^3 читають: a в кубі.

Приклади

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$; $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$;
$0^3 = 0$; $1^3 = 1$.

ЧИСЛОВІ ТА БУКВЕНІ ВИРАЗИ

Числовий вираз складається з чисел, знаків дій та дужок.

Якщо виконати всі зазначені дії у правильному порядку, дістанемо число, яке називається значенням числового виразу.

Порядок виконання дій:

1. Обчислюють квадрати та куби чисел, які зустрічаються у виразі.
2. Виконують дії в дужках.
3. Виконують множення та ділення в тому порядку, як вони зустрічаються зліва направо.
4. Виконують додавання та віднімання таким же чином.

Буквений вираз — це запис, який складається з чисел, букв, знаків дій та дужок.

Не обов'язково, щоб у буквеному виразі були присутні числа.

Якщо в буквений вираз замість букв підставити певні числа, то матимемо числовий вираз. Його значення називається значенням буквенного виразу при даних значеннях букв.

При різних значеннях букв буквений вираз може набувати різних значень.