

УРОК № 26

Тема уроку. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу.

Мета уроку: домогтися розуміння учнями співвідношень між функціями одного й того самого аргументу; сформуувати вміння застосовувати вивчені співвідношення для тотожних перетворень виразів, знаходження значень тригонометричних функцій за заданим значенням однієї з них.

Тип уроку: засвоєння нових знань.

Хід уроку

I. Організаційний етап

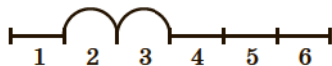
II. Перевірка домашнього завдання

Після перевірки домашнього завдання учні пишуть графічний диктант.

Графічний диктант

1. Чи правильно, що кут 390° — кут II чверті?
2. Чи правильно, що $\operatorname{tg}(-110^\circ) > 0$?
3. Чи правильною є рівність $2\sin\frac{\pi}{6} + 2\cos\frac{\pi}{3} = 2$?
4. Відомо, що $\sin\alpha$ та $\cos\alpha$ від'ємні. Чи може кут α бути кутом IV чверті?
5. Чи правильно, що $\sin 750^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$?
6. Чи правильно, що добуток $\operatorname{tg}1 \cdot \operatorname{ctg}3$ є додатним?

Один з учнів за відкидною дошкою відповідає на запитання диктанту. Після закінчення роботи проводиться самоперевірка і оцінювання диктанту. Відповіді коментуються.



III. Актуалізація опорних знань учнів

Запитання до класу

1. Запишіть на дошці основну тригонометричну тотожність.
2. Використовуючи основну тригонометричну тотожність, спростіть вираз: $1 - \cos^2\alpha$; $1 - \sin^2\alpha$; $\sin^2\alpha - 1$; $\cos^2\alpha - 1$.

IV. Формулювання теми, мети й завдань уроку.

Мотивація навчальної діяльності учнів

Часто в ході розв'язування задач виникає необхідність знайти значення тригонометричних функцій за заданим значенням однієї з них.

На даному уроці необхідно згадати вже відому учням формулу — основну тригонометричну тотожність — і вивести ще декілька формул, які пов'язують тригонометричні функції одного й того самого аргументу.

V. Формування нових знань

Учитель нагадує, як було одержано основну тригонометричну тотожність, і пропонує учням, працюючи в парах постійного складу, вивести формули для подання синуса через косинус і косинуса через синус. Одержані формули $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$ та $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ записуються на дошці й у зошитах учнів.

Запитання до класу: Як визначити знак, який потрібно поставити в кожній із формул?

Далі вчитель пропонує згадати означення тангенса й котангенса та подати їх через синус і косинус. На дошці й у зошитах записуються формули: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$.

Запитання до класу: При яких значеннях кута α має зміст тотожність:

а) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ (Відповідь. $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$);

б) $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ (Відповідь. $\alpha \neq \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$)?

Потім учням пропонується довести тотожність $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$ для всіх допустимих значень α .

Далі вчитель звертає увагу, що $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$, а $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$.

З тотожності $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ учитель просить одержати шляхом ділення на $\cos^2 \alpha$, а потім на $\sin^2 \alpha$ дві нові тотожності:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad \text{і} \quad \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Запитання до класу: За якої умови виконані перетворення є коректними?

Одержані тотожності $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ і $\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ учитель просить довести також шляхом перетворення їхніх лівих частин.

Отже, у зошитах учнів і на дошці записано всі тригонометричні тотожності, які пов'язують тригонометричні функції одного кута.

VI. Формування вмінь і відпрацювання навичок

Усні вправи

- Чи можуть одночасно виконуватися рівності:
 - $\sin \alpha = 0,2$ і $\cos \alpha = 0,8$;
 - $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ і $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
 - $\operatorname{tg} \alpha = 1 - \sqrt{2}$ і $\operatorname{ctg} \alpha = 1 + \sqrt{2}$?
- Знайдіть значення тригонометричної функції:
 - $\operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = 3$;
 - $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{2}$.

Письмові вправи

- Спростіть вираз:
 - $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$;
 - $\sin^2 \beta - 1 + 2 \cos^2 \beta$;
 - $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 1$;
 - $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$;
 - $\frac{\sin^2 \alpha - 1}{1 - \cos^2 \alpha}$.
- Для $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ знайдіть $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\cos \alpha = -0,6$.
- Знаючи, що $\alpha \in \left(\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$ та $\operatorname{ctg} \alpha = 3$, знайдіть $\sin \alpha$.

VII. Підбиття підсумків уроку

Запитання до класу

- Які тотожності пов'язують:
 - $\operatorname{tg} \alpha$ і $\operatorname{ctg} \alpha$;
 - $\sin^2 \alpha$ і $\operatorname{ctg}^2 \alpha$;
 - $\operatorname{tg}^2 \alpha$ і $\cos^2 \alpha$?
- Запишіть тригонометричну одиницю.
- Знайдіть $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $\operatorname{ctg} \alpha = 0$. (Відповідь. Не існує.)
- Відомо, що $x = 3 \operatorname{ctg} \alpha$, $y = \frac{1}{9} \operatorname{tg} \alpha$. Знайдіть xy .

VIII. Домашнє завдання

- Вивчити тотожності, які було розглянуто на уроці.

2. Виконати вправи.

С 1) Спростіть вираз:

а) $\frac{1}{1+\cos\alpha} + \frac{1}{1-\cos\alpha}$;

б) $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} + \sin^2\alpha$.

2) Для $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ знайдіть:

а) $\cos\alpha$, якщо $\operatorname{tg}\alpha = 3$;

б) $\operatorname{ctg}\alpha$, якщо $\sin\alpha = \frac{12}{13}$.

Д 3) Спростіть вираз:

а) $\frac{\cos x}{1-\sin x} + \frac{\cos x}{1+\sin x}$;

б) $\frac{\operatorname{tg}^2\varphi - 1}{\operatorname{tg}^2\varphi + 1} + \cos^2\alpha$.

4) Знайдіть значення тригонометричних функцій кута α , якщо відомо, що $\sin\alpha = \frac{8}{17}$.

В 5) Спростіть вираз $\operatorname{tg}\alpha + \frac{\cos^3\alpha - \sin^3\alpha}{(1+\sin\alpha\cos\alpha)\cos\alpha}$.

УРОК № 27

Тема уроку. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу.

Мета уроку: закріпити вміння учнів застосовувати основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу, розв'язуючи вправи на перетворення тригонометричних виразів і знаходження значень тригонометричних функцій за даним значенням однієї з них.

Обладнання: роздавальний матеріал (текст самостійної роботи).

Тип уроку: комбінований.

Хід уроку

I. Організаційний етап

II. Перевірка домашнього завдання

Учні перевіряють правильність виконання домашнього завдання за зразком, який учитель заздалегідь підготував на дошці.

III. Актуалізація опорних знань учнів

Запитання до класу

Заповніть пропуски: $\cos^2 t + \dots = 1$; $\dots + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\dots}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\dots}{\dots}$;
 $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\dots}{\dots}$; $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \dots$.

IV. Формулювання теми, мети й завдань уроку.

Мотивація навчальної діяльності учнів

V. Застосування знань, умінь і навичок

Письмові вправи

1. Спростіть вираз:

а) $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}$; б) $\sin^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$;

в) $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha}$; г) $\left(\frac{1}{\cos \alpha} + \operatorname{tg} \alpha\right) \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha\right)$.

2. Доведіть тотожність:

а) $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$;

б) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2$;

в) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha} = \cos^2 \alpha$.

3. Знайдіть найбільше значення виразу $1 - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$.

4. Знаючи, що $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,4$, знайдіть $\sin \alpha \cos \alpha$.

VI. Самостійна робота

Самостійна робота проводиться у формі тесту.

У завданнях 1–6 зазначте правильну відповідь.

В а р і а н т 1

1. Спростіть вираз $\cos \alpha \operatorname{tg} \alpha$.

А $\sin^2 \alpha$

Б $\cos^2 \alpha$

В $\cos \alpha$

Г $\sin \alpha$

2. Спростіть вираз $\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 1$.

А 1

Б 2

В 0

Г -1

3. Спростіть вираз $\operatorname{tg}^2 \beta (\sin^2 \beta - 1)$.

А $-\cos^2 \beta$

Б $-\sin^2 \beta$

В $\sin^2 \beta$

Г $\cos^2 \beta$